MATERIAL COMPLEMENTARIO: PENSAMIENTO FUNCIONAL

Trabajando el concepto de función en los primeros cursos educativos

A continuación, se presenta una tarea que involucra una función y que promueve el pensamiento funcional en estudiantes de primeros cursos educativos. Esta tarea se enmarca en la propuesta curricular *early algebra* que busca promover el pensamiento algebraico desde los primeros cursos educativos. Uno de los enfoques por los cuales se busca promover el pensamiento algebraico, es el enfoque funcional. Este enfoque se basa en el concepto de función o en las relaciones que existen entre cantidades que covarían. Este enfoque promueve el pensamiento funcional y es aquí donde se sitúa la tarea que se presenta.

El pensamiento funcional se define como aquel pensamiento que se centra en las relaciones entre dos (o más) cantidades covariables, y que va desde las relaciones entre valores concretos de la función hasta la generalización de la relación funcional (Smith, 2008).

El pensamiento funcional permite desarrollar elementos clave, tales como: “las cantidades variables, sus relaciones, la recursividad, la correspondencia entre valores de las variables o la utilización de diferentes sistemas de representación en un contexto de resolución de problemas” (Cañadas y Molina, 2016, p. 212).

La correspondencia y la covariación son relaciones clave que dan evidencia de una relación funcional identificada.

Identificar una correspondencia es encontrar la regla que permita determinar, por ejemplo, una única cantidad de la variable dependiente dado un valor de la variable independiente (Blanton, et al., 2011). En la presentación tabular de la figura 1, se muestra un ejemplo de relación de correspondencia. El valor de la variable dependiente se obtiene sumando cinco al valor de la variable independiente.

Edad de Álvaro	Edad de Carmen
1	6
2	7
3	8
4	9

$\xrightarrow{+5}$

Figura 1. Relación de correspondencia

Por su parte, identificar una relación de covariación implica centrarse en los cambios de las cantidades de las variables independiente y dependiente. Es observar e identificar cómo dos cantidades de ambas variables, dentro de una relación funcional, varían de forma simultánea y coordinada (Blanton et al., 2011). En la representación tabular de la figura 2 se muestra una relación de covariación. El valor de la variable dependiente se obtiene por medio de la variación de los valores de la variable independiente.

	Edad de Álvaro	Edad de Carmen	
	1	6	
+1	2	7	+1
+1	3	8	+1
+1	4	9	+1

Figura 2. Relación de covariación

Ejemplo de tarea de relación funcional y respuestas de estudiantes

A continuación, se presenta una tarea que puede ayudar a promover pensamiento funcional en estudiantes de primero o segundo básico. Esta tarea está enmarcada dentro de la estructura aditiva, es decir, es un problema aritmético aditivo, el que ha sido modificado para otorgarle características algebraicas.

Tarea

Esta tarea se enmarca en la relación funcional $f(x)=x+5$ cuyo contexto alude a una cuidadora de animales, la cual debe comprar platitos de comida y agua. Los platos de comida varían de acuerdo a la cantidad de perro, mientras que la cantidad de platos de agua (5) son fijos. El enunciado del problema es el siguiente:

> *Una cuidadora de animales debe comprar platos de comida y agua para los perros, de modo que cada perro debe tener su plato de comida, y cinco platos con agua en un sitio donde los perros puedan beber.*

Para llevar al estudiante a que identifique una relación funcional y generalice se emplea el modelo de razonamiento inductivo de Cañadas y Castro (2007) en la que a los estudiantes se le pregunta por casos particulares menores y luego por casos particulares mayores, hasta que finalmente se le pregunta por la generalización. A continuación, mostramos ejemplos de casos de preguntas que pueden ser utilizadas.

Casos particulares menores:

Si hay un perro, ¿cuántos platos necesitamos en total?

Si hay dos perros, ¿cuántos platos necesitamos en total?

Casos consecutivos

Si hay tres perros, ¿cuántos platos necesitamos en total?

Si hay cinco perros, ¿cuántos platos necesitamos en total?

Si hay ocho perros, ¿cuántos platos necesitamos en total?

Casos no consecutivos

Si hay 15 perros ¿cuántos platos necesitamos en total?

Casos particulares mayores:

Si hay 30 perros ¿cuántos platos necesitamos en total?

Si hay 50 perros ¿cuántos platos necesitamos en total?

Casos no consecutivos

Si hay 100 perros, ¿cuántos platos necesitamos en total?

Caso para generalizar

¿Cómo encuentras la cantidad de platos totales para una cierta cantidad de perros?

Para una mejor comprensión del problema por parte de los alumnos/las, se puede utilizar material concreto para que los estudiantes puedan manipular como se muestra a la izquierda de la figura 3. Los cinco platos de la parte superior representan los platos de agua (constante de la función) y los platos que están junto a los perros son los platos de comida.

Además, esta tarea se puede complementar con representaciones tabulares en donde los estudiantes representan la cantidad de perros y la cantidad de platos como se muestra en la parte derecha de la figura 3. Las representaciones tabulares son un objeto matemático idóneo para identificar relaciones entre cantidades.

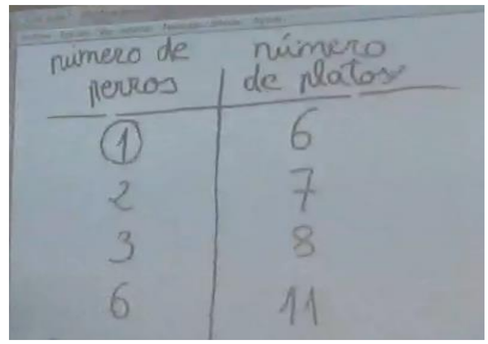

Figura 3. Representación concreta y tabular

Respuestas de estudiantes

A continuación, se muestra tres tipos de respuestas verbales de parte de estudiantes de primero básico en las que se evidencia relaciones funcionales de correspondencia y covariación. Además, se muestra una respuesta que evidencia la generalización de la relación funcional de correspondencia.

Correspondencia

Cuando a un estudiante se le preguntó por la cantidad de platos totales cuando hay un perro, respondió:

“Seis […] Porque cinco de agua y uno de comida”

Además, generalizó la relación funcional de correspondencia de la siguiente manera:

“Tenemos quince platos de comida, pero los de comida uno para cada uno, de agua son siempre cinco, hay que irle sumando cinco”.

El estudiante pone de manifiesto de que hay un número que son los platos de comida los cuales están en relación a la cantidad de perro, pero a esa cantidad se le debe ir sumando cinco, que son los platos de agua (cantidad constante de la función).

Covariación

A continuación, se muestra una respuesta de un estudiante de primero básico que cuando se le preguntó por 8 perros respondió 13 de la manera en que se muestra en la figura 4.

Cantidad de perros aumenta en tres

Cantidad perros	Cantidad platos totales
5	10
8	13

S25 suma tres a 10 y obtiene 13

Figura 4. Representación respuesta de S25

Es decir, cuando la cantidad de perros aumentó en tres (de cinco a ocho), el alumno determinó esa cantidad de variación que a continuación sumó a la cantidad anterior de la de la cantidad de platos totales (10 platos totales), obteniendo así 13 como cantidad total de platos totales para ocho perros. Por tanto, el estudiante determinó la variación de los valores de la cantidad de perros para establecer uno de los valores de la cantidad platos totales.

Referencias:

Blanton, M., Levi, L., Crites, T. y Dougherty, B. (2011). *Developing essential understanding of algebraic thinking for teaching mathematics in grades 3-5*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Cañadas, M. C. y Molina, M. (2016a). Una aproximación al marco conceptual y principales antecedentes del pensamiento funcional en las primeras edades. En E. Castro, E. Castro, J. L. Lupiáñez, J. F. Ruíz y M. Torralbo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Homenaje a Luis Rico* (pp. 209-218). Granada, España: Comares.

Morales, R., Cañadas, M. C., Brizuela, B. y Gómez, P. (2018). Relaciones funcionales y estrategias de alumnos de primero de educación primaria en un contexto funcional. *Enseñanza de las Ciencias*, *36*(3), 59-78.

Smith, E. (2008). Representational thinking as a framework for introducing functions in the elementary curriculum. En J. Kaput, W. Carraher y M. Blanton (Eds), *Algebra in the early grades* (pp. 133-160). Nueva York, NY: Routledge.